

EXAMEN FINAL
ANÁLISIS NUMÉRICO I / ANÁLISIS NUMÉRICO
28/02/2024

Apellido y Nombre: _____
 Carrera: _____
 Condición: _____
 Cantidad de hojas (sin contar hoja de enunciados): _____

Nota: Todos los desarrollos deben estar debidamente justificados.

Práctico						Teórico			Lab.		
1	2	3	4	Libre	Total	1	2	Total	Total	Total	NOTA

Parte Práctica

1. Si $f(x) = \frac{x + |x|}{2}$, encontrar la parábola $y = a_0 + a_1x + a_2x^2$ que minimiza la integral

$$\int_{-1}^1 [f(x) - y]^2 dx.$$

2. Sea S una constante positiva y $g(x) = 2x - Sx^2$.

(a) Muestre que si la iteración de punto fijo converge a un límite no nulo. Luego, el límite es $p = 1/S$, entonces el inverso de un número puede ser encontrado solo con multiplicaciones y sustracciones.

(b) Encuentre un intervalo alrededor de $1/S$ para el cual la iteración de punto fijo converge si el punto inicial x_0 pertenece a ese intervalo.

3. Considere el problema

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && -x_1 - \frac{1}{2}x_2, \\ &\text{sujeto a} && x_1 - x_2 \geq 0, \\ &&& x_1 + x_2 \leq 2, \\ &&& x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

Grafique las restricciones, resuelva usando el método Simplex, de el minimizador y el valor mínimo.

4. Determinar el paso h y el mínimo número de valores (nodos) en un tabla de valores igualmente espaciados de la función

$$f(x) = e^{\pi x}$$

en $[0,1]$ si se utiliza interpolación lineal y se desean obtener 5 dígitos significativos.

5. (Sólo alumnos libres) Considere un software que trabaja con el sistema de punto flotante con base 10 y 3 dígitos decimales (usando redondeo). Dé un ejemplo de tres números x, y, z tales que

$$(x+y)+z=x \quad \text{y} \quad x+(y+z) > x.$$

Parte Teórica

1. Enunciar y demostrar el teorema de existencia del polinomio interpolante.
2. a) Dar la definición de una familia de polinomios ortogonales.
b) Demostrar su uso en las reglas gaussianas de integración.